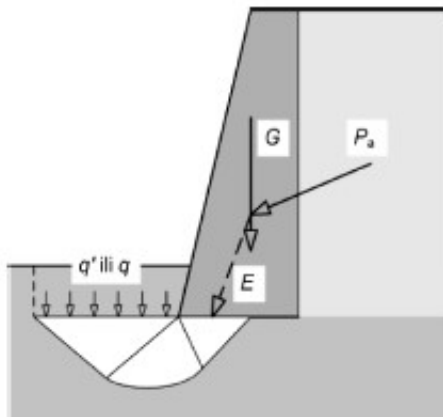
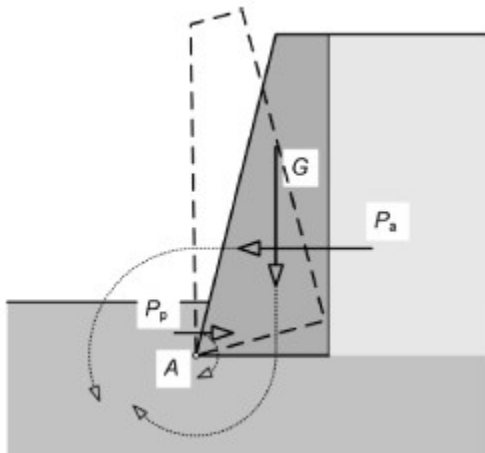


MEHANIKA



Nauka koja proučava zakone kretanja tela, kao i sile koje su uzročnici promena ovih kretanja.

Mehanika proučava relativne promene položaja jednog tela u odnosu na drugo.

Podela

Prema agregatnom stanju:



- **mehanika čvrstih tela:**
 - mehanika krutog tela - statika
 - mehanika deformabilnog tela – otpornost materijala
- **mehanika tečnosti**
- **mehanika gasova.**

Prema prirodi problema koje izučava:

- **kinematika,**
- **dinamika,**
- **statika.**



Tehnička mehanika

nije posebna naučna disciplina

To je naziv za kurs mehanike koji svojim programom i sadržajem usmerava studenta na proučavanje i rešavanje problema tehničke prakse

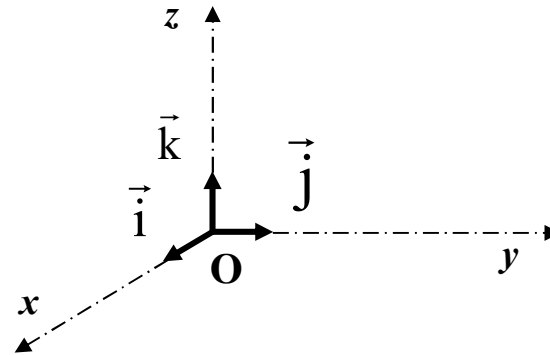
Odnosi se na Statiku i Otpornost materijala







Tehnička mehanika



Za opisivanje prostora koristi se Dekartov koordinatni sistem (Oxyz) sa jediničnim vektorima \vec{i} , \vec{j} i \vec{k} (i to triedar desne orijentacije)

Osnovni pojmovi

TELO

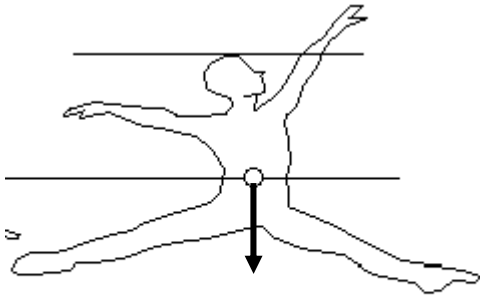
BROJ STEPENI SLOBODE KRETANJA

VEZE I OSLONCI

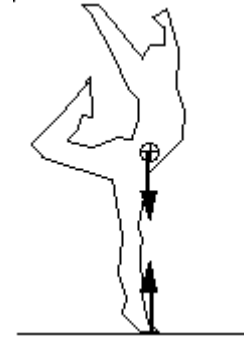
SILA

TELO

DEFINICIJA: **Telo** je deo čvrste materije ograničen zatvorenom površi.
Sva tela imaju **zapreminu (površinu i dužinu), oblik i masu.**



Slobodno telo



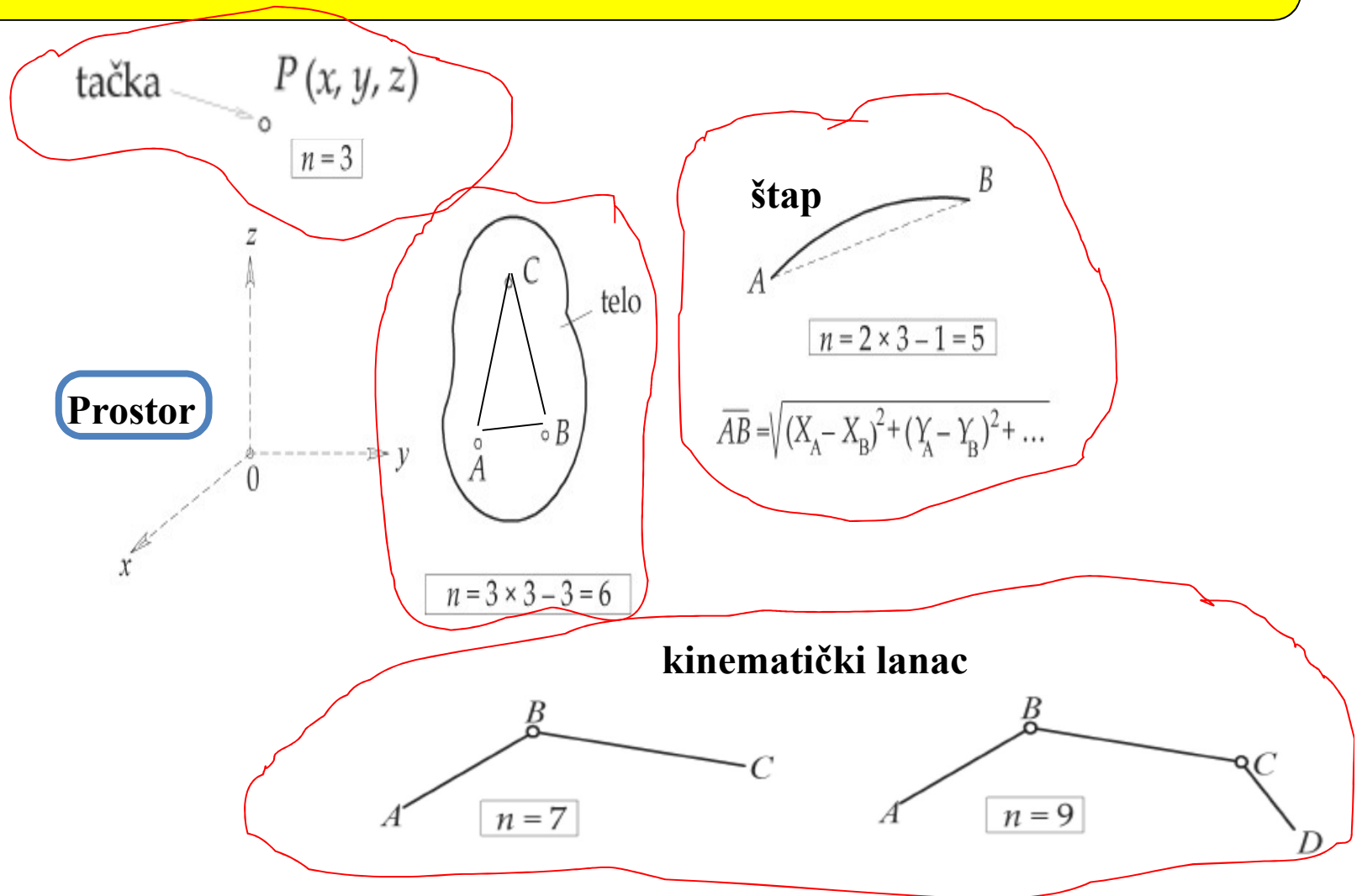
Vezano telo

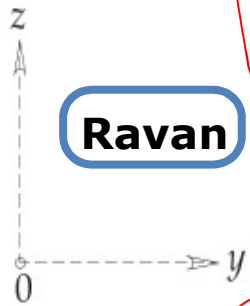
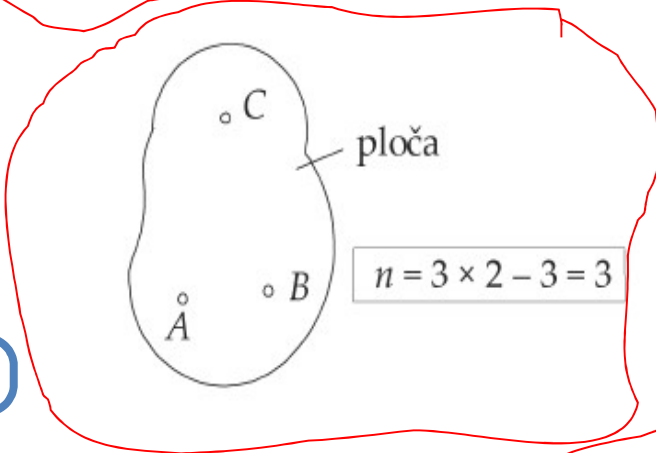
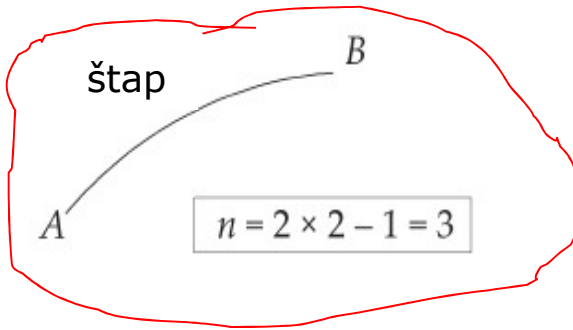
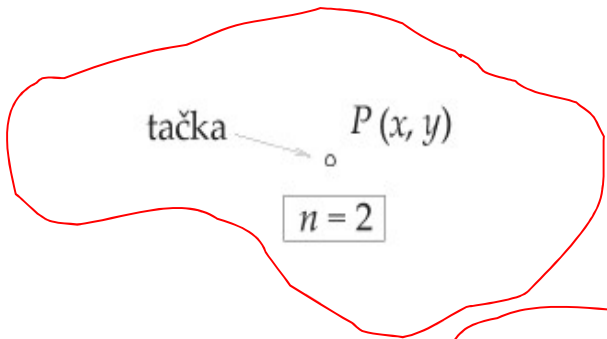
PODELA PREMA DIMENZIJAMA:

- trodimenzionalno - prostorno (V , oblik, m)
- dvodimenzionalno - ravansko (A , oblik, m): ljuska ili ploča
- jednodimenzionalno - linijsko (l , oblik, m): štap
- materijalna tačka - tačkasto (m)

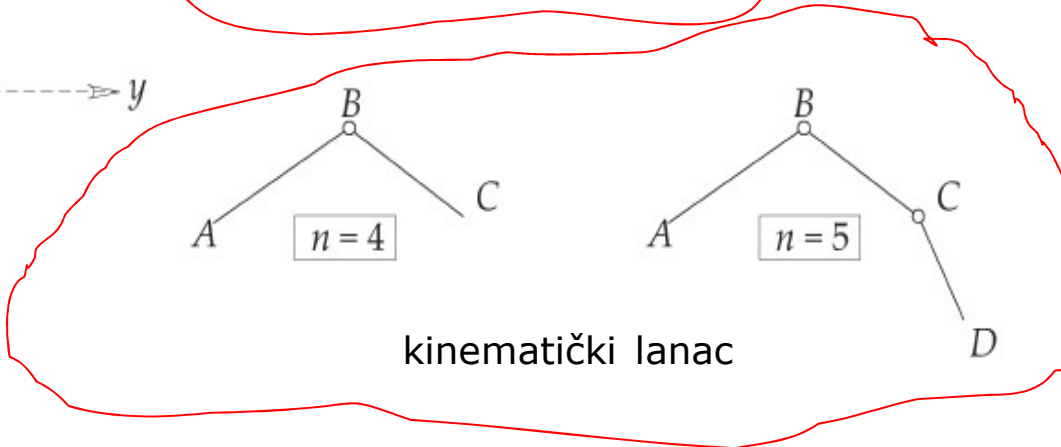
BROJ STEPENI SLOBODE KRETANJA

DEFINICIJA: Broj stepeni slobode kretanja tela je broj međusobno nezavisnih parametara koji određuju položaj tela u prostoru





Ravan



VEZE I OSLONCI

DEFINICIJA: Površina ili tačka dodira dva tela, uže o koje je telo okačeno i, uopšte, mehanizam pomoću kojeg je ostvaren kontakt između dva tela, zove se **veza** ili **oslonac**

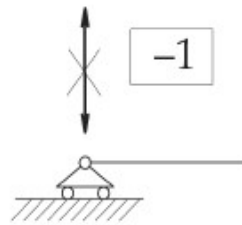
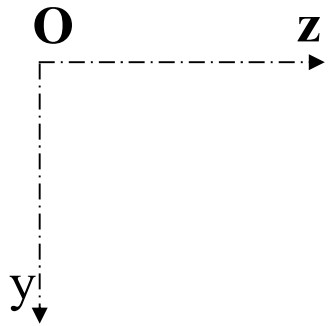
Veza uvek **smanjuje** broj stepeni slobode tela



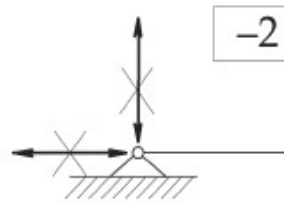
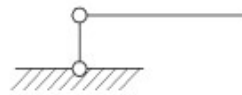
Oslonac?

VEZE I OSLONCI

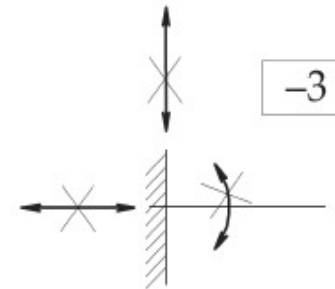
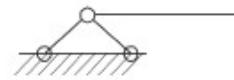
Ravne veze koje se primenjuju u tehnicu – oslonci ravnih nosača



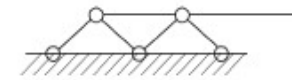
pokretan oslonac



nepokretan oslonac



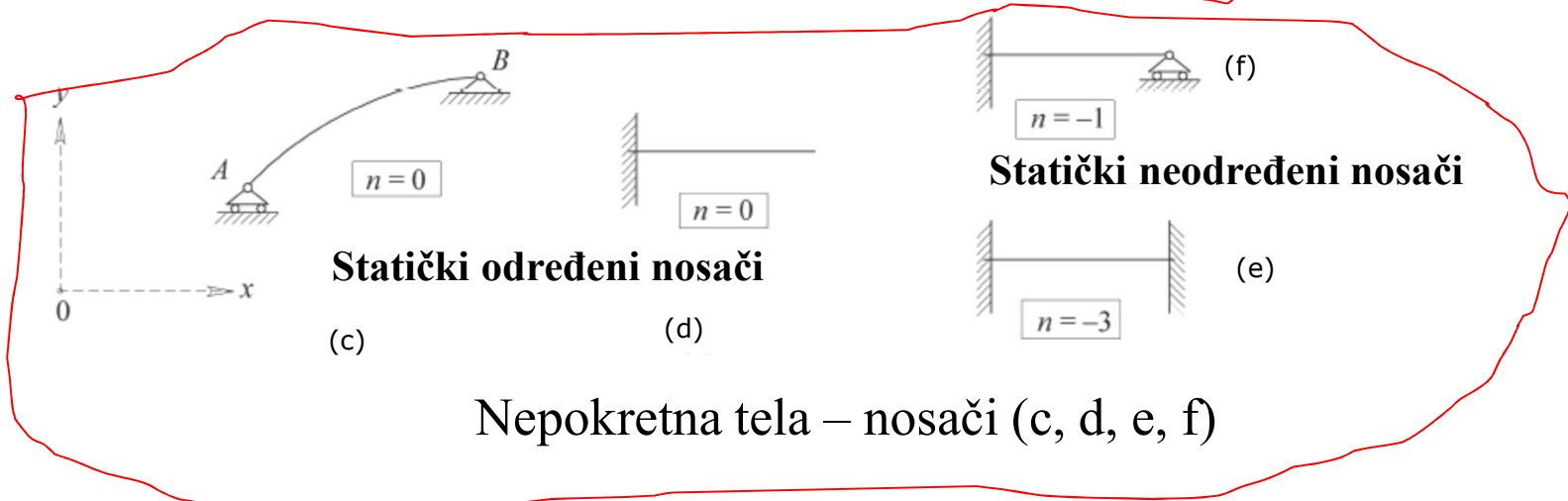
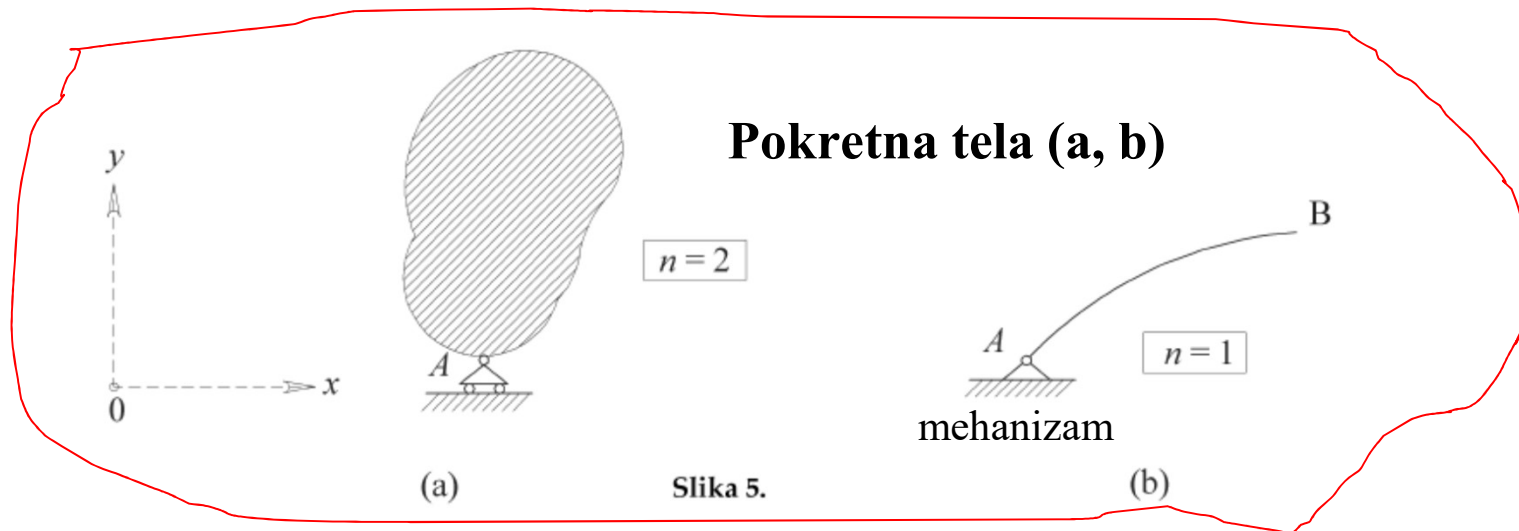
ukleštenje



VEZE I OSLONCI primeri



Tela koja imaju broj stepeni slobode veći od 0 su pokretna tela
Tela koja imaju broj stepeni slobode jednak nuli ili manji od nule zovu se nepokretna tela ili nosači.



SILA

Sila je mehanička veličina koja predstavlja meru dejstva jednog tela na drugo.

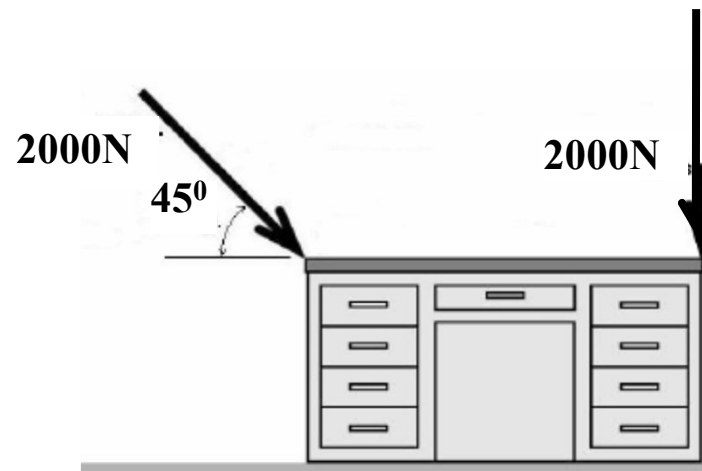
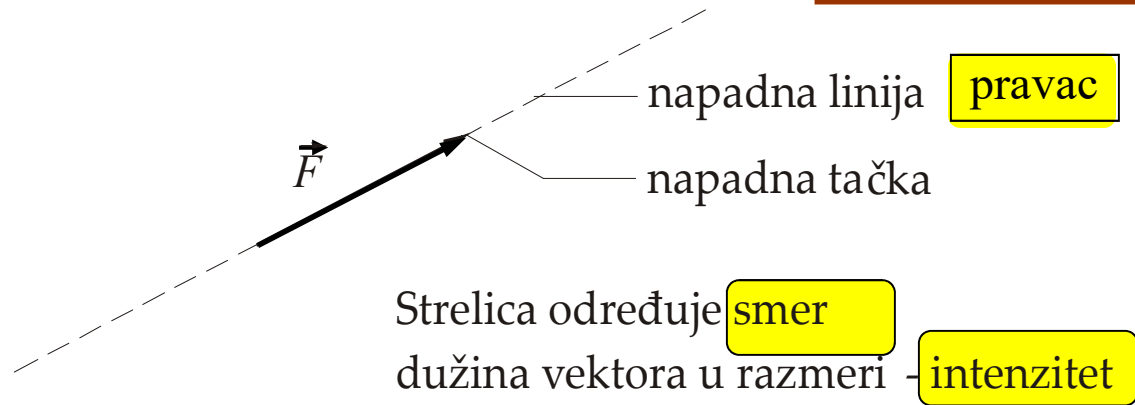
Jedinica sile je **Njutn**

$$\left[1\text{N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$



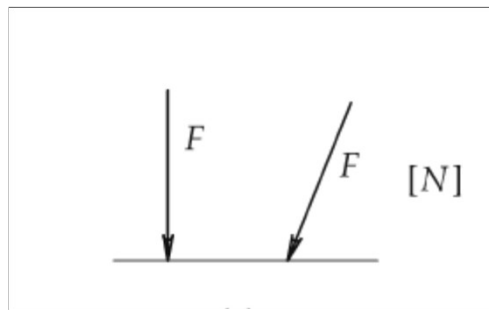
SILA je vektorska veličina

Sila nije slobodan vektor

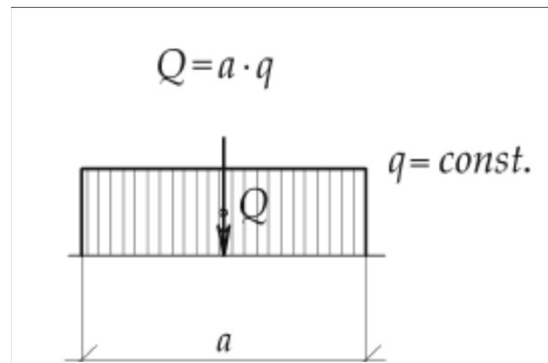


Podela sila

- **koncentrisana sila** (N)- dejstvo se prenosi u jednoj tački
- **kontinualno raspoređena**- dejstvo se prenosi u neprekidnom nizu tačaka
 - linijsko opterećenje (N/m)
 - površinsko opterećenje (N/m²)
 - zapreminsko opterećenje (N/m³)



Koncentrisana sila

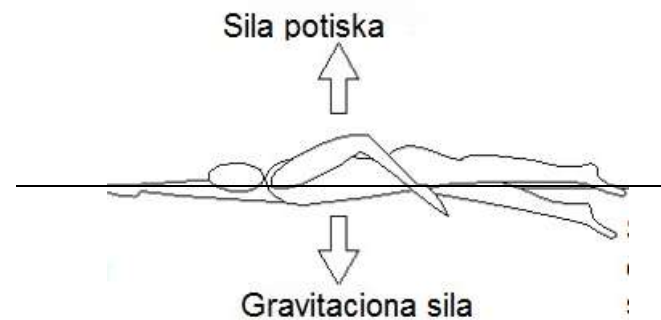


Kontinualno raspoređena sila
– linijsko opterećenje -



STATIKA

(statika krute ploče u ravni)



Statika proučava **tela koja su u relativnom miru** pod dejstvom uravnoteženih sistema sila.

Kruta tela su tela koja se pod dejstvom sila **ne deformišu**.

Umesto trodimenzionalnih tela proučavaju se **ploče ili štapovi**.

Sva tela i sile koje deluju na ta tela **leže u jednoj ravni**.



Aksiomi Statike

(Ima ih V)

Statika se zasniva na izvesnim postavkama do kojih se došlo posmatranjem prirodnih pojava i koje se posmatranjem mogu uvek ponovo proveriti.

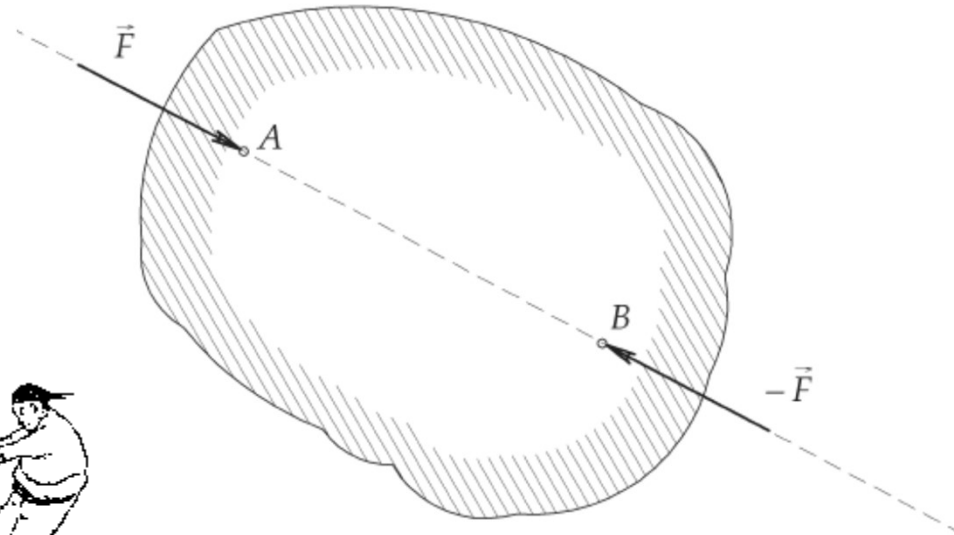
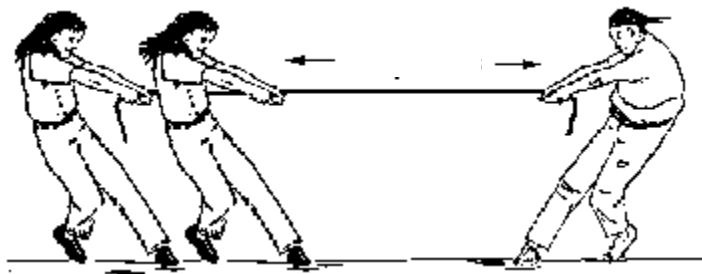
Aksiomi ili postulati su postavke koje se **prihvataju bez matematičkog dokaza** jer se smatra da ih nikakav proces rezonovanja ne može učiniti jasnijim.



I aksiom

(o ravnoteži dve sile koje deluju na slobodno telo)

Ako na slobodno telo deluju dve sile, one će biti u ravnoteži samo ako su jednakih intenziteta, suprotnih smerova i ako leže na istoj napadnoj liniji

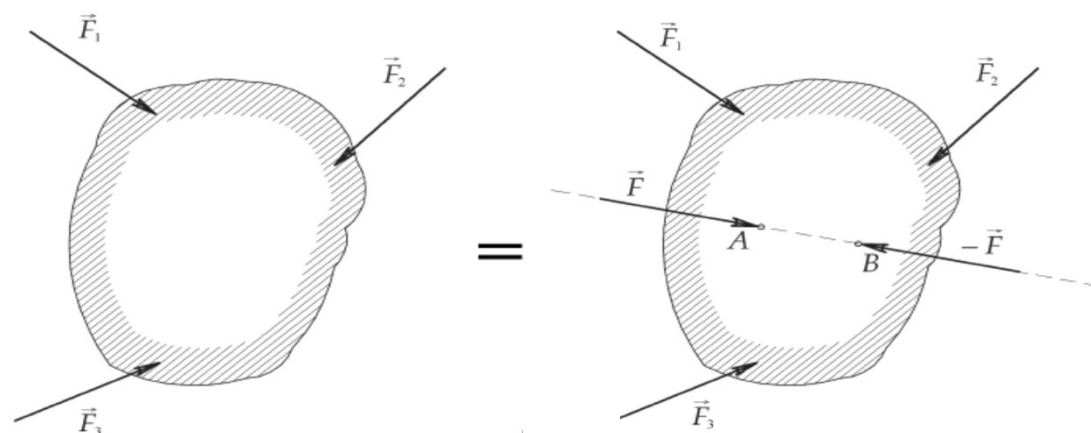




II aksiom

(o mehaničkom uticaju sistema sila na kruto telo)

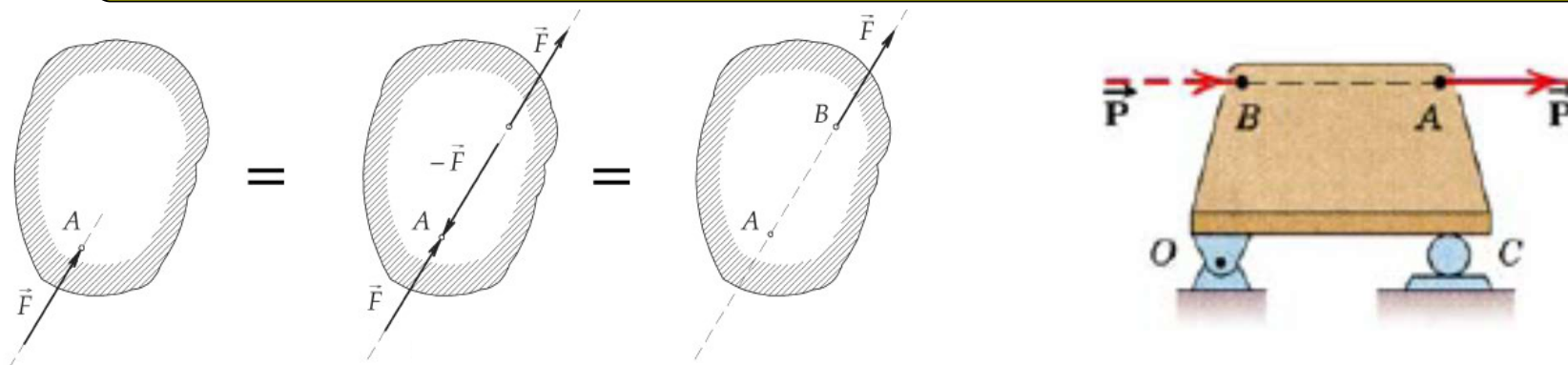
Mehanički uticaj sistema sila na kruto telo ne menja se ako se tome sistemu doda ravnotežni sistem.



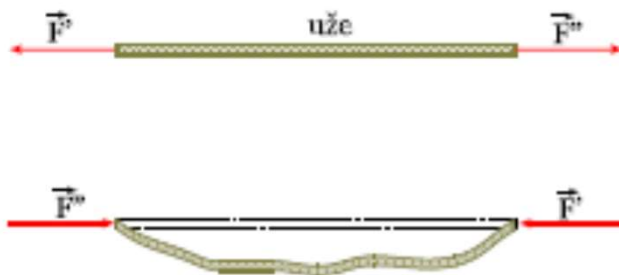


Posledica I i II aksioma

Sila je *klizeći vektor*, tj. mehaničko dejstvo sile na kruto telo se ne menja ako se napadna tačka sile pomeri duž linije njenog dejstva



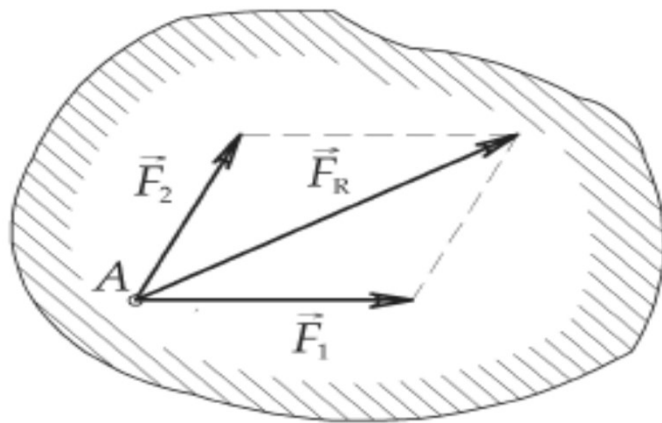
! Važi samo za kruta tela, ne važi za sva čvrsta tela.



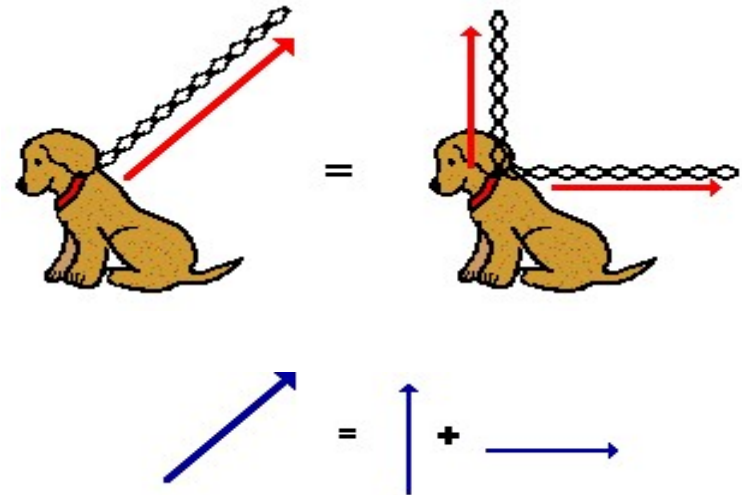


III aksiom (o rezultanti)

Dejstvo dve sile \vec{F}_1 i \vec{F}_2 koje napadaju kruto telo u tački A može se ekvivalentno zameniti delovanjem treće sile \vec{F}_R koja se zove **rezultanta**. Intenzitet, pravac i smer rezultante se dobijaju vektorskim sabiranjem sila \vec{F}_1 i \vec{F}_2 .



$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

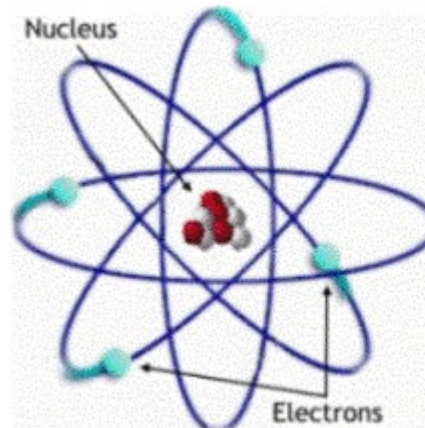
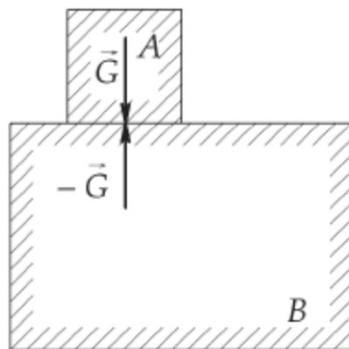




IV aksiom

(zakon akcije i reakcije između dva tela)

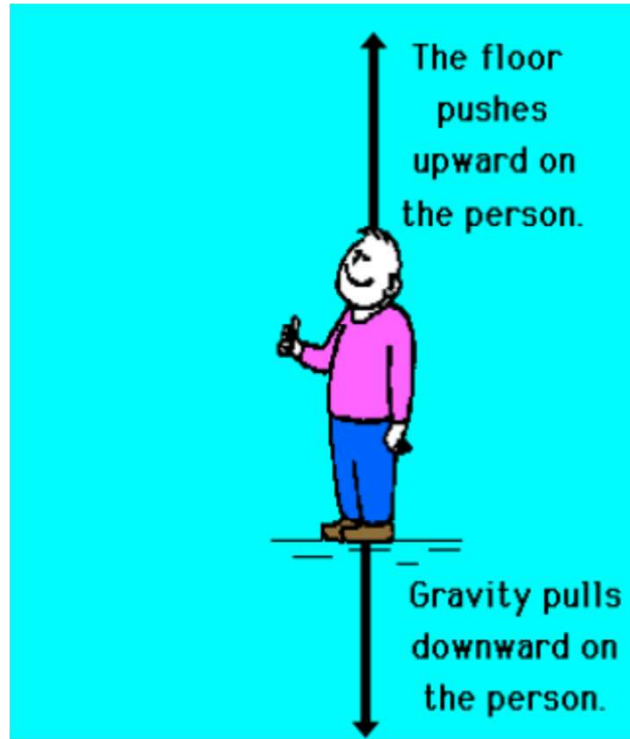
Dva tela deluju jedno na drugo silama jednakih intenziteta i napadnih linija, a suprotnih smerova.





IV aksiom

(zakon akcije i reakcije između dva tela)



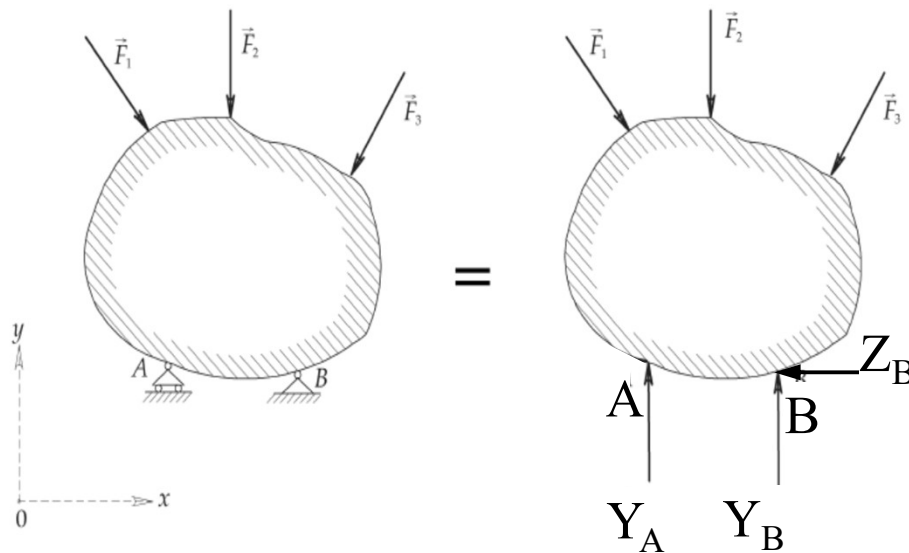
! Nije isto što i prvi aksiom - sile akcije i reakcije deluju na različita tela



V aksiom

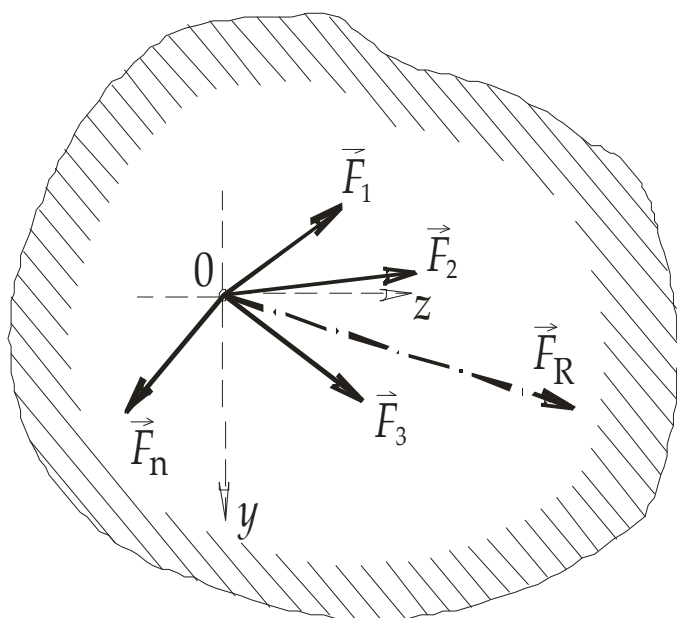
(o vezama tela koja nisu slobodna)

Za svako **vezano** telo može se uzeti da je slobodno ako se veze odbace, a njihovi uticaji zamene silama koje se zovu **reakcije veza**.

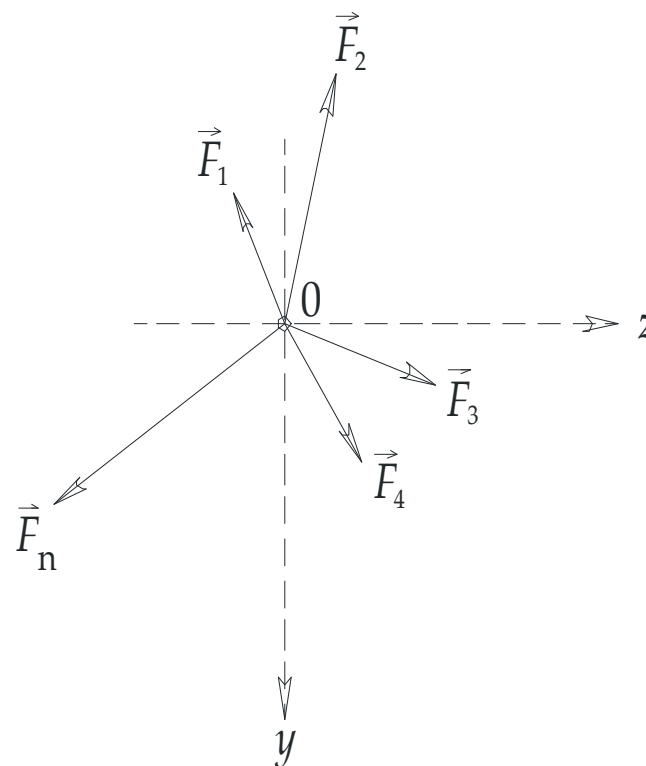


Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom (O) može da se svede na dva slučaja:

REZULTANTA



RAVNOTEŽA



Ovakav sistem sila može se ispitati analitički ili grafički, pa postoje analitički i grafički uslovi koji su potrebni da bi se sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom sveo na rezultantu ili ravnotežu.

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

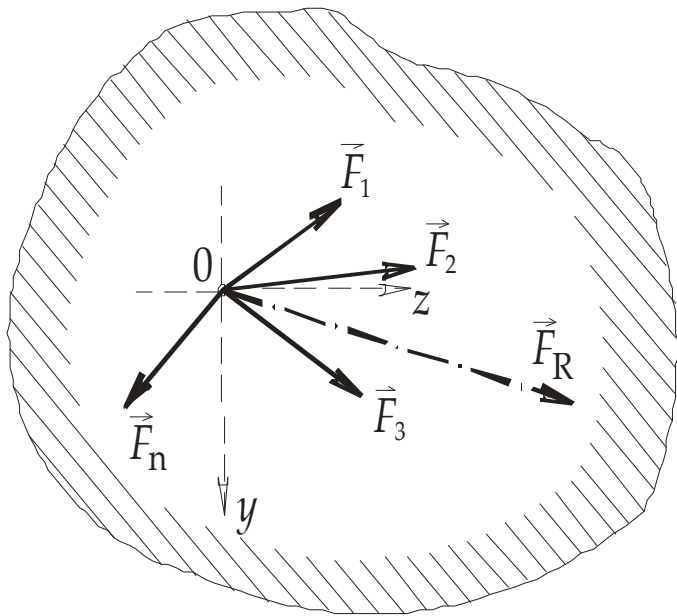
REZULTANTA



Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom (O)

REZULTANTA

Analitički uslovi potrebni za svođenje sistema sila sa zajedničkom napadnom tačkom na **rezultantu** mogu biti vektorski ili skalarni:



Vektorski uslov

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \neq 0$$

Skalarni uslovi

$$Y_R = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$Z_R = \sum_{i=1}^n Z_i$$

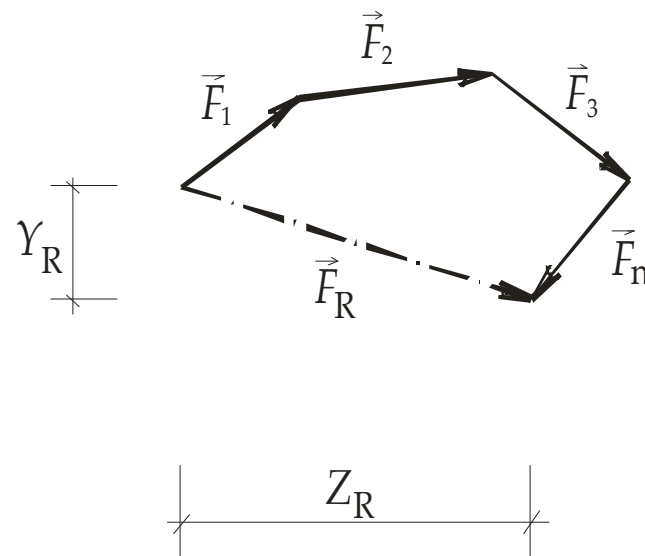
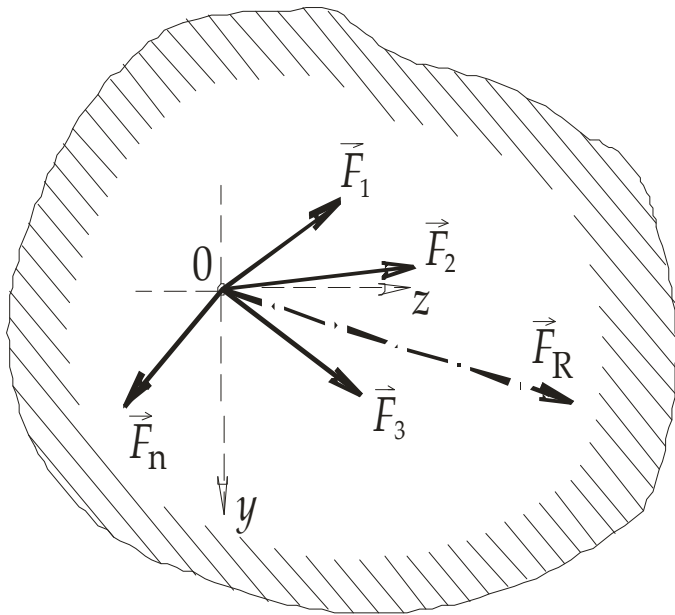
$$F_R = \sqrt{Y_R^2 + Z_R^2}$$

Y_i, Z_i, Y_R, Z_R – algebarske vrednosti projekcije odgovarajuće sile na ose y i z

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom (O)

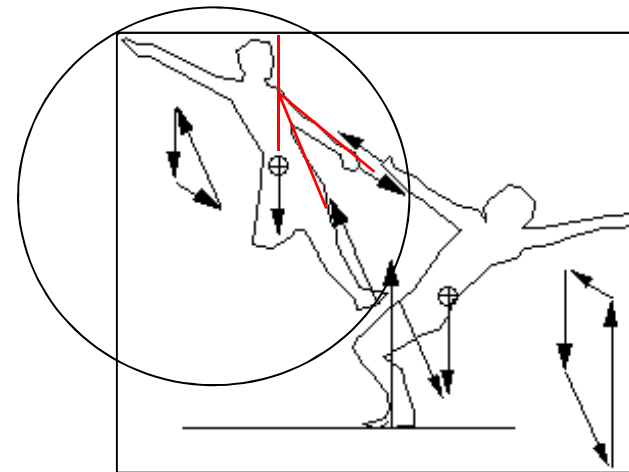
REZULTANTA

Grafički uslov da se ovakav sistem sila svede na rezultantu jeste da poligon sila mora biti otvoren



Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom

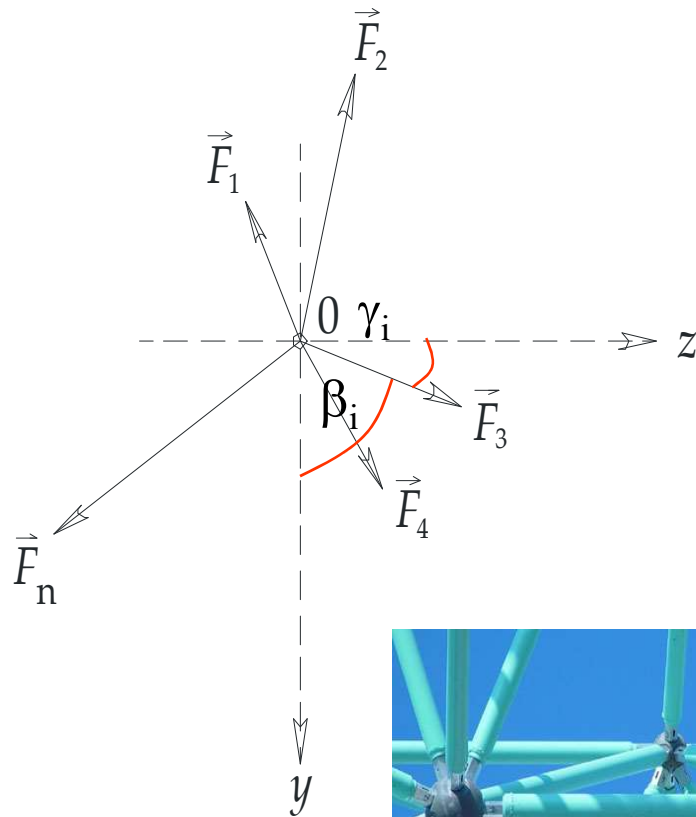
RAVNOTEŽA



Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom (O)

RAVNOTEŽA

Analitički uslovi potrebni za svođenje sistema sila sa zajedničkom napadnom tačkom na **ravnotežu** mogu biti vektorski ili skalarni:



Vektorski oblik	Skalarni oblik
$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$	$Y_R = \sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \cos \beta_i = 0$
	$Z_R = \sum_{i=1}^n Z_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \cos \gamma_i = 0$

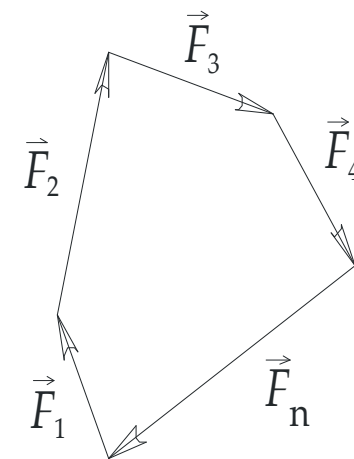
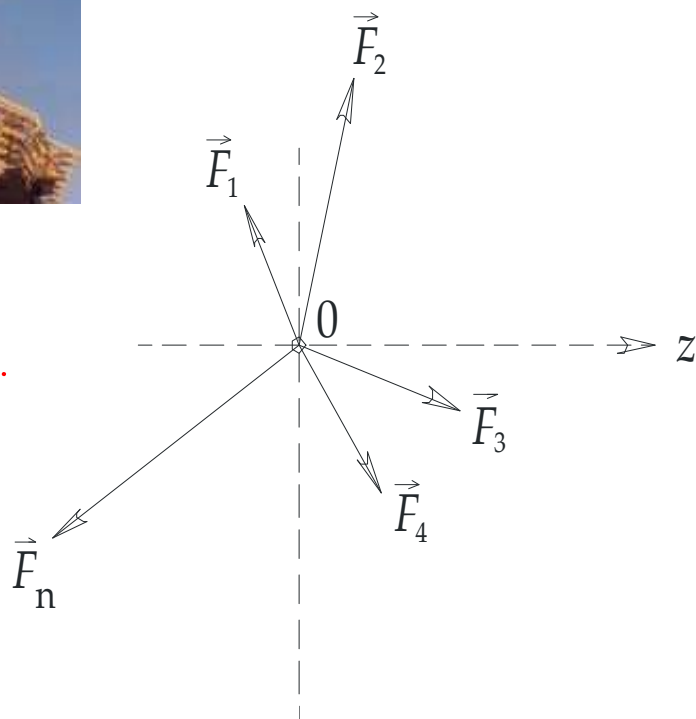
β_i, γ_i – uglovi što ih sile zaklapaju sa osama y i z

Sistem sila sa zajedničkom napadnom tačkom (O)

RAVNOTEŽA

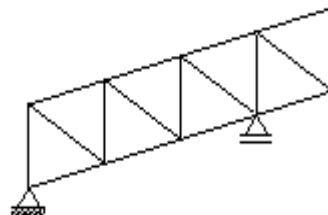
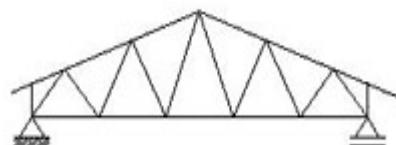
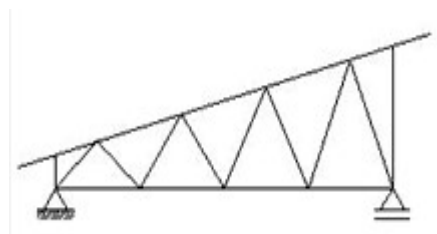
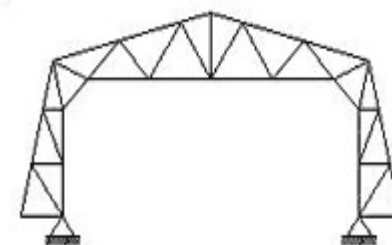
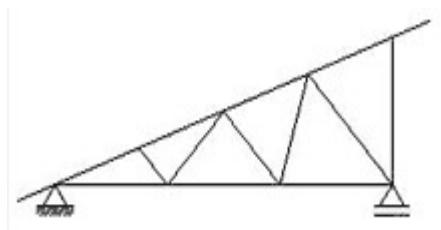


Grafički uslov da se ovakav sistem sila svede na ravnotežu jeste da poligon sila mora biti zatvoren

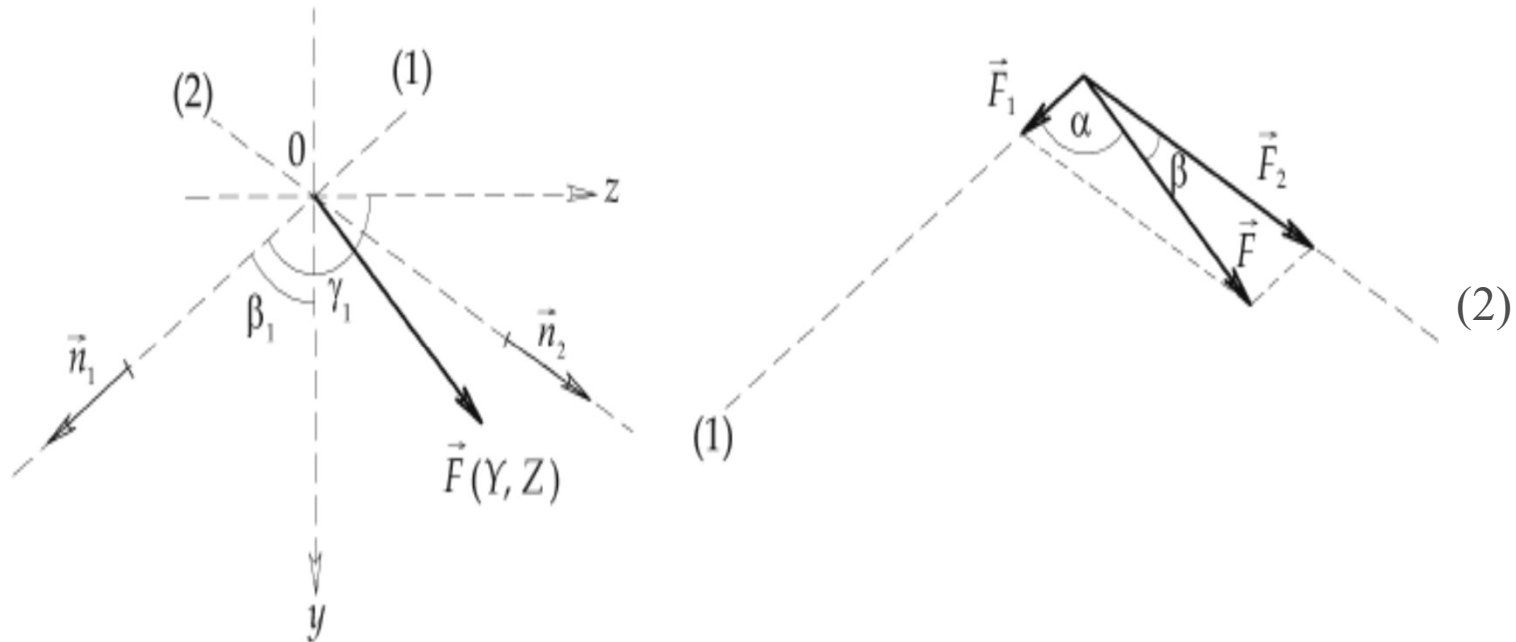


$$\vec{F}_R = 0$$

Primeri: Rešetkasti nosači



RAZLAGANJE SILE NA DVA PRAVCA KOJI SE SEKU NA NJENOJ NAPADNOJ LINIJI



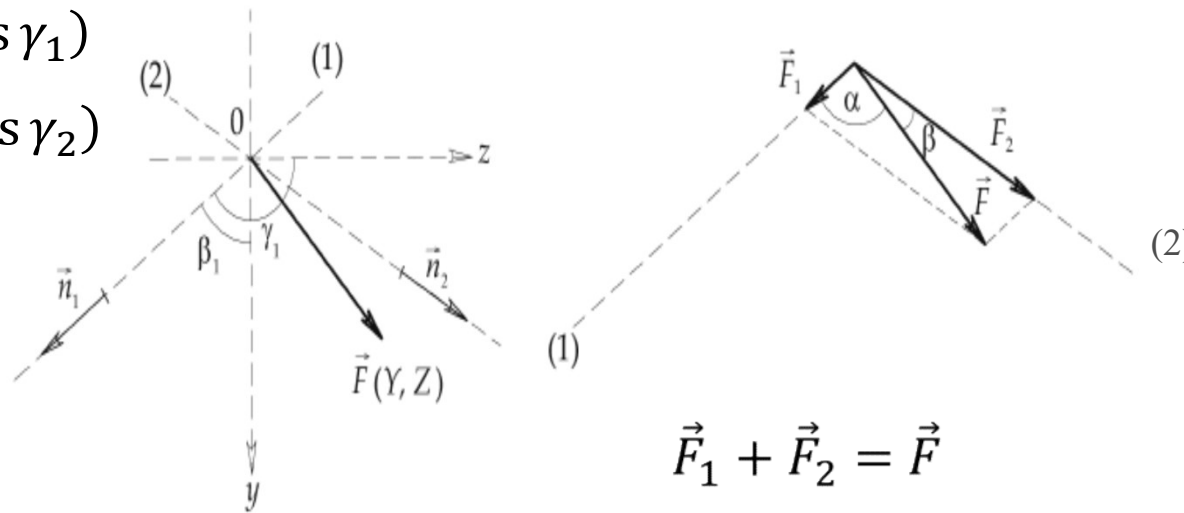
Grafički, ovaj zadatak se svodi na konstrukciju paralelograma ako su dati njegova dijagonala i uglovi koje dijagonala zaklapa sa ivicama.

RAZLAGANJE SILE NA DVA PRAVCA KOJI SE SEKU NA NJENOJ NAPADNOJ LINIJI

Analitičko rešenje – sledi iz grafičkog rešenja

$$\vec{n}_1(\cos \beta_1, \cos \gamma_1)$$

$$\vec{n}_2(\cos \beta_2, \cos \gamma_2)$$



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$$

$$F_1 \cdot \vec{n}_1 + F_2 \cdot \vec{n}_2 = \vec{F}$$

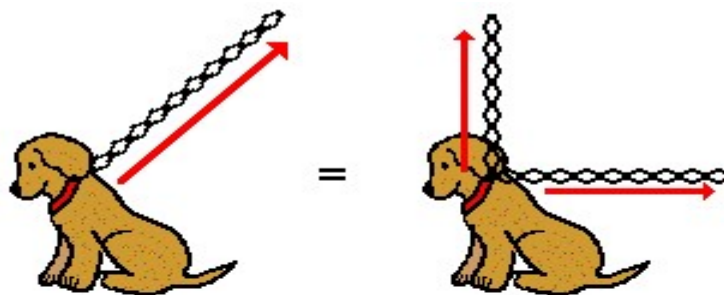
Skalarne jednačine

$$F_1 \cdot \cos \beta_1 + F_2 \cdot \cos \beta_2 = Y$$

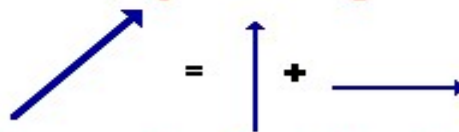
$$F_1 \cdot \cos \gamma_1 + F_2 \cdot \cos \gamma_2 = Z$$

U kom slučaju nema rešenja ovog sistema skalarnih jednačina pogledati u udžbeniku.

RAZLAGANJE SILE NA DVA PRAVCA KOJI SE SEKU NA NJENOJ NAPADNOJ LINIJI



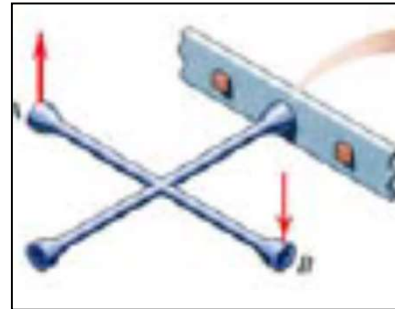
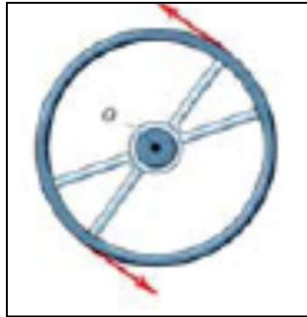
A pull upon Fido's chain in an upward and a rightward direction exerts two separate influences upon Fido - an upward and a rightward influence.



The force exerted at the angle is equal to the vector sum of the two individual forces.

SPREG SILA

čine dve paralelne sile istih intenziteta a suprotnih smerova

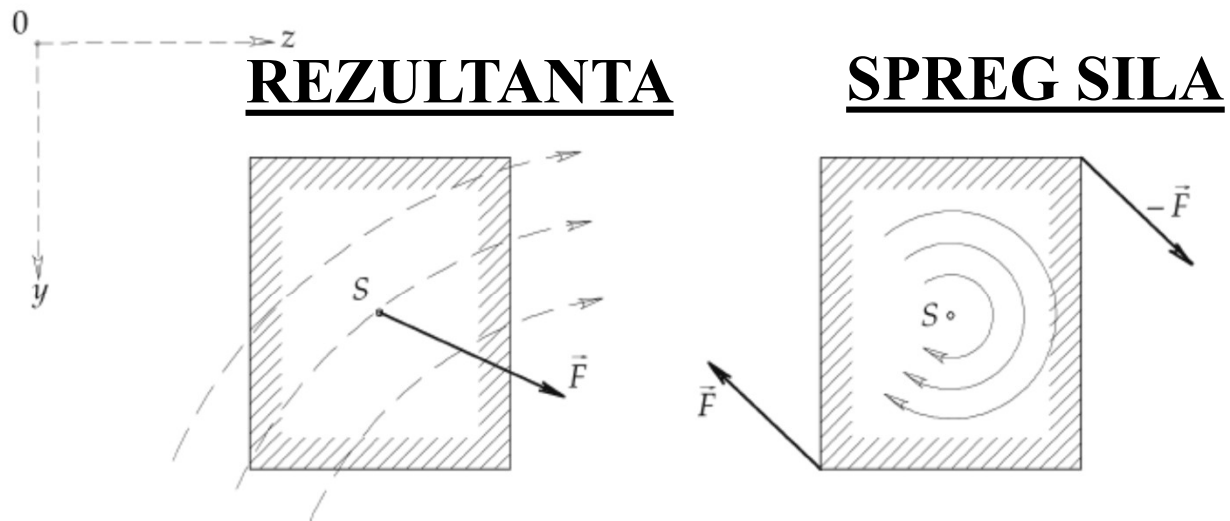


Mera mehaničkog uticaja sprega sila na telo je **moment sprega**.

Jedinica za moment sprega je **J**

$$[1\text{J} = 1\text{Nm}]$$

Sila ne može zameniti spreg, niti spreg može zameniti silu



Telo se kreće translatorno

Telo rotira

Sila nije slobodan vektor

Moment sprega je slobodan vektor.

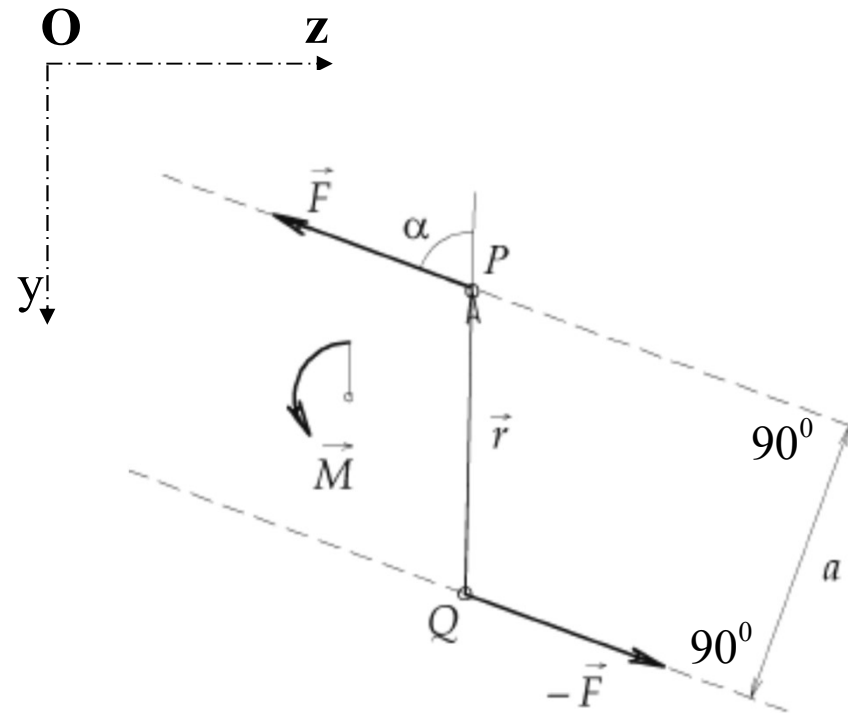
OSNOVNI ELEMENTI SPREGA

sprežne sile $(\vec{F}, -\vec{F})$

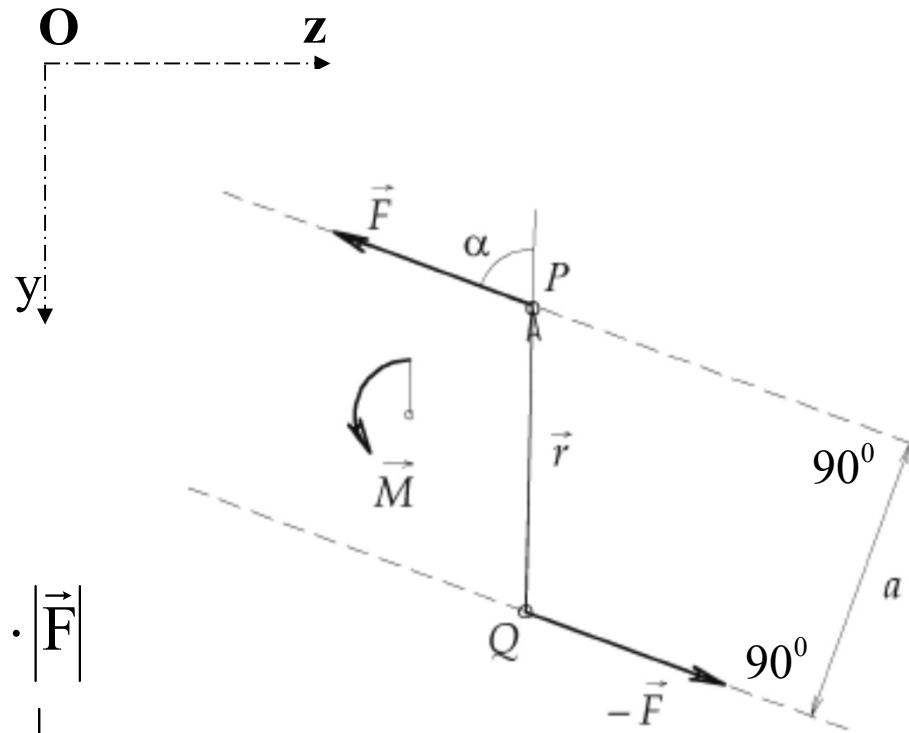
sprežna ravan,

krak sprega – a ,

vektor položaja $\vec{r} = \overrightarrow{QP}$



ANALITIČKO ODREĐIVANJE MOMENTA SPREGA (kao vektorskog proizvoda vektora položaja i sprežne sile)

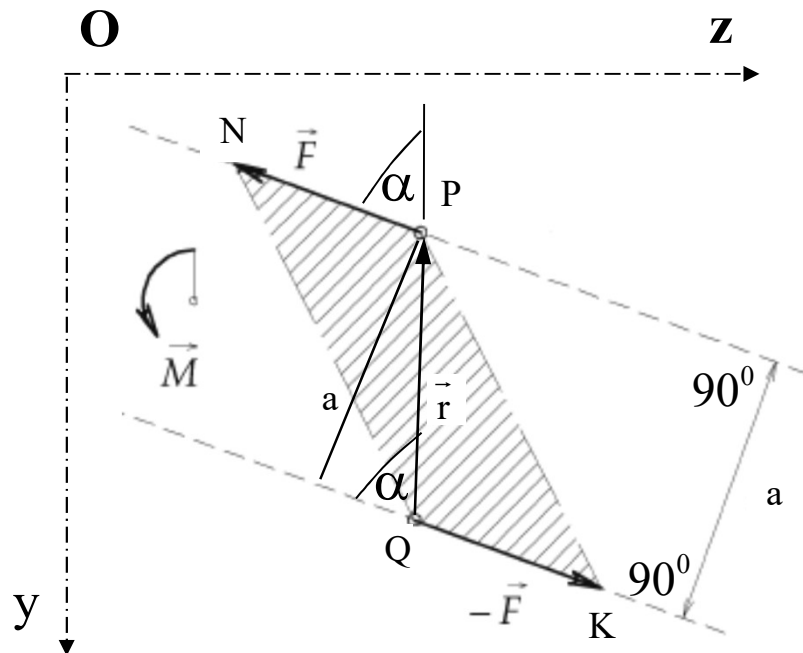


$$\vec{M} = \vec{r}_{QP} \times \vec{F} \text{ [Nm = J]}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}_{QP}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \alpha = a \cdot |\vec{F}|$$

$$M = \begin{vmatrix} y_P - y_Q & z_P - z_Q \\ Y & Z \end{vmatrix}$$

ANALITIČKO ODREĐIVANJE MOMENTA SPREGA (u statici)



$$\vec{M} = \vec{r}_{QP} \times \vec{F}$$

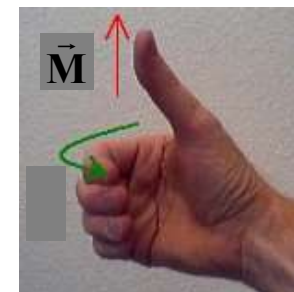
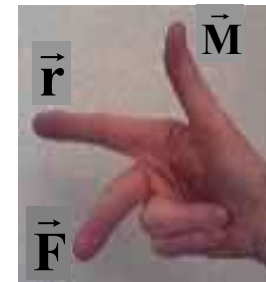
$$A_{QKPN} = |\vec{M}| = a \cdot |\vec{F}|$$

$$a = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{F}|} = |\vec{r}| \cdot \sin \alpha$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot \sin \alpha \cdot |\vec{F}|$$

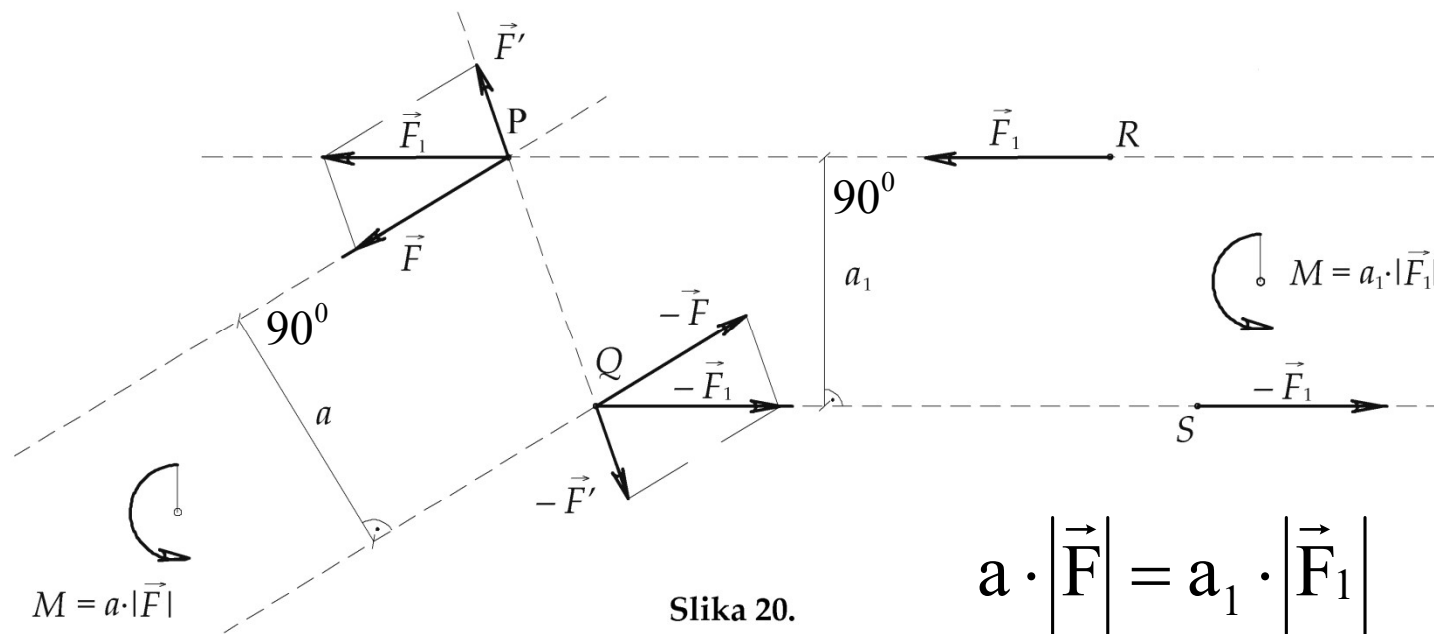
Za određivanje pravca i smera vektora momenta sprega koristi se pravilo desne ruke ili desnog zavrtnja.

Da bi se primenila ta dva pravila vektor položaja i vektor sile moraju imati zajednički početak.



TRANSFORMACIJA SPREGOVA

je postupak koji pokazuje da se pojedini elementi sprega (sprežne sile ili krak) mogu menjati a da se mehanički uticaj sprega na ploču ne promeni, **pod uslovom da se ne promeni vektor momenta sprega**



Spreg sila se može slobodno prenositi po ploči, time se njegov mehanički uticaj na ploču neće promeniti, jer je moment sprega **slobodan vektor**.

SABIRANJE I RAVNOTEŽA SPREGOVA

Sabiranje mehaničkih dejstava spregova svodi se na sabiranje njihovih momenata. Pri tome se dobije ili rezultujući moment sprega ili su spregovi u ravnoteži.

Algebarska vrednost rezultujućeg momenta sprega:

$$M_R = \sum_{i=1}^n M_i$$

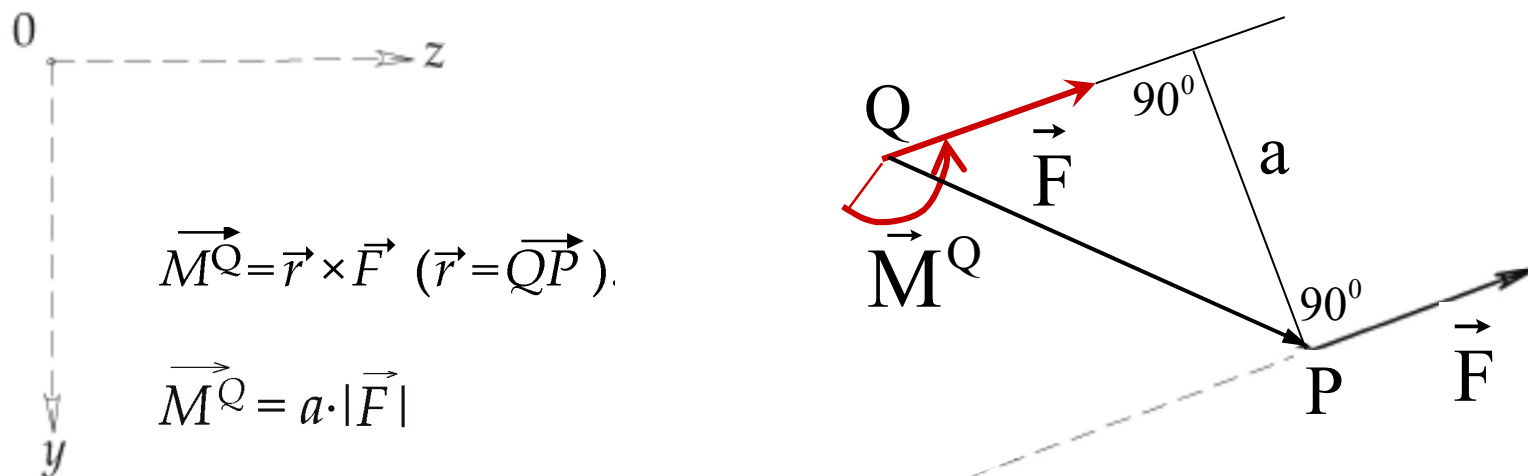
Sistem spregova biće u ravnoteži ako je rezultujući moment jednak nuli

Algebarska vrednost rezultujućeg momenta u slučaju ravnoteže spregova:

$$M_R = \sum_{i=1}^n M_i = 0$$

REDUKCIJA SILE NA TAČKU

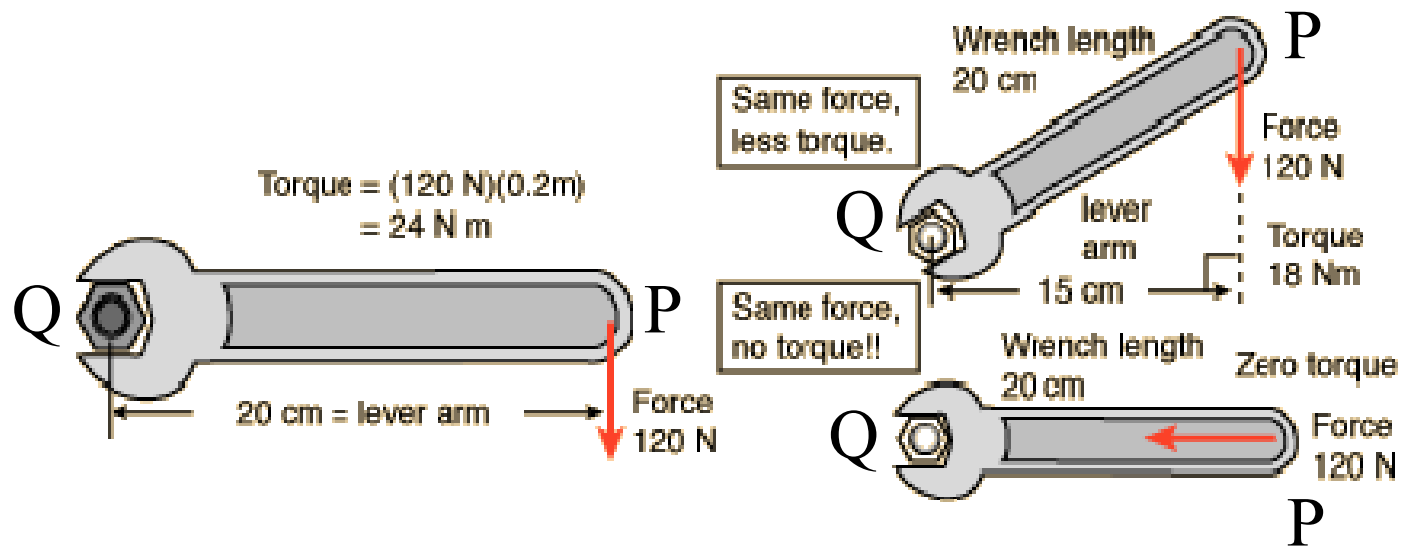
je pomeranje sile paralelno samoj sebi, u napadnu tačku koja ne leži na njenoj napadnoj liniji

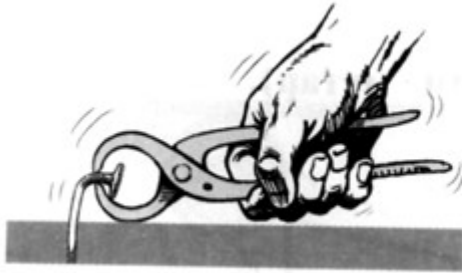


\vec{M}^Q - redukcionni moment sile \vec{F} za tačku Q

\vec{M}^Q i \vec{F} u tački Q čine mehaničku veličinu koja se zove **torzer**

Mehaničko dejstvo sile s napadnom tačkom P na kruto telo ekvivalentno je zbirnom dejstvu jednake sile u tački Q i redukcionog momenta sile u odnosu na tačku Q.





Princip poluge